සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

C34499

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

10 | S | I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2002 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2002 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2002

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. $f(x) = x^2 + 2x + 9;\quad x \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

   (i) α, β යනු $f(x) = 0$ හි මූල නම්, $\alpha^2 - 1$ සහ $\beta^2 - 1$ මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය ලබා ගන්න.

   (ii) $f(x) = k$ සමීකරණයට, x සඳහා හරියට ම එක් තාත්ත්වික මූලයක් පවතින සේ වූ k තාත්ත්වික නියතයක අගය සොයන්න.

   (iii) $\dfrac{1}{f(x)}$ හි වැඩිතම අගය සොයා, එය ලැබෙන්නා වූ x හි අගය ද දෙන්න.

   (iv) $f(x) = \lambda x$ සමීකරණයට x සඳහා තාත්ත්වික විසඳුමක් නොමැති වන සේ වූ λ යාත්ත්වික නියතයේ අගය කුලකය නිර්ණය කරන්න.

2. (a) හරියට ම ශිෂ්‍යයන් හතර දෙනෙකුගෙන් සමන්විත පාසල් විවාද කණ්ඩායමක්, සුදුසුකම් ලැබූ ශිෂ්‍යයන් දෙළොස් දෙනෙකු අතරෙන් තෝරා ගැනීමට නියමිතය. එම කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

   අනුර සහ භවන් සුදුසුකම් ලැබූ ශිෂ්‍යයන් දෙළොස් දෙනා අතර වේ.

   (i) අනුර සහ භවන් දෙදෙනාම කණ්ඩායමේ සිටී,

   (ii) එක්කෝ අනුර නැතහොත් භවන් කණ්ඩායමේ සිටී,

   (iii) අනුරවත් භවන්වත් කණ්ඩායමේ නොසිටී,

   යන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා විවාද කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

   (b) $\left(\dfrac{7}{6x} - \dfrac{6x}{7}\right)^{13}$ හි ප්‍රසාරණය සලකන්න.

   (i) x හි ඉරට්ටේ බල හෝ $\dfrac{1}{x}$ හි ඉරට්ටේ බල හෝ එම ප්‍රසාරණයේ නොමැති බව,

   (ii) $\dfrac{1}{x}$ හි සංගුණකය 2002 බව

   පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

3. (a) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය යොදගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා, $n! \geq 2^{n-1}$ බව සාධනය කරන්න.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} \leq 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $e \leq 3$ බව පෙන්වන්න; මෙහි e යනු ප්‍රකෘති ලඝුගණකවල පාදය වේ.

(b) $y = |3x - a|$ සහ $y = |bx - 2|$ හි ප්‍රස්තාර එකම දළ රූප සටහනක අඳින්න; මෙහි a හා b ධන සංඛ්‍යා වේ.

$|3x - a| < |bx - 2|$ අසමානතාව සපුරාලන්නා වූ x හි සියලු ම අගය කුලකය $\left\{x : x > \frac{4}{3}\right\}$ නම්, ප්‍රස්තාර උපයෝගී කර ගැනීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ a සහ b සොයන්න.

4. z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව, $z = x + iy$, $x > 0$, $y > 0$ මගින් දෙනු ලැබේ. ආගන් සටහනෙහි z, $2iz$, $z + 2iz$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් A, B, C වේ. A, B, C ලක්ෂ්‍ය සලකුණු කර, $A\hat{O}B$ සහ $\tan A\hat{O}C$ නිර්ණය කරන්න.

(i) C අතාත්ත්වික අක්ෂයේ පිහිටයි නම්, x සහ y අතර සම්බන්ධතාවක් ලබාගන්න.

(ii) $y = 2x$ නම්, z^2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය OC රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(iii) $|z| \leq 4$ සහ $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \leq \arg z \leq \tan^{-1}(2)$ වන පරිදි වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්ගෙන් සමන්විත පෙදෙස වෙනත් රූප සටහනක අඳුරු කරන්න.

අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. (a) $y = e^{4x} \sin 3x$ නම්, $\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 25y = 0$ බව පෙන්වන්න.

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}$, $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}$ සහ $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

(b) ඝන ගෝලයකින්, ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන්නා වූ අක්ෂයක් සහිත සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් කපනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ පරිමාව, ගෝලයේ පරිමාව මෙන් $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ට වඩා වැඩි විය නොහැකි බව සාධනය කරන්න.

[අනෙක් පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

6. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන්, $\int_1^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ අනුකලය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int_0^1 x\tan^{-1}x\,dx$ අනුකලය අගයන්න.

(c) $\int_1^2 \frac{5x-4}{(1-x+x^2)(2+x)}\,dx$ සොයන්න.

7. $u_1 \equiv a_1x+b_1y+c_1=0$ සහ $u_2 \equiv a_2x+b_2y+c_2=0$ යනු දී ඇති සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකකි. λ හි සෑම අගයක් සඳහා ම $u_1+\lambda u_2=0$ සරල රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක සම්මුඛ පාදවලට B, C හරහා අඳිනු ලැබූ ලම්බවල සමීකරණ පිළිවෙළින් $x-4y+5=0$ සහ $2x-y+3=0$ වේ. A හි ඛණ්ඩාංක $(k,-k)$ ලෙස ගනු ලැබුවේ නම්, AB සහ AC රේඛාවල සමීකරණ ද B-හි සහ C හි ඛණ්ඩාංක ද k ඇසුරෙන් සොයන්න.

k විචලනය වන විට, ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය $x+5y-4=0$ රේඛාව මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

8. $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ සහ $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ වෘත්ත ස්පර්ශවීම සඳහා අවශ්‍යතාවක් සොයන්න. එවා ස්පර්ශ වේ නම්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය $2(g_1-g_2)x+2(f_1-f_2)y+c_1-c_2=0$ සහ $(f_1-f_2)x-(g_1-g_2)y+f_1g_2-f_2g_1=0$ රේඛා එක එකක් මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

$x^2+y^2-2x+4y=0$ සහ $x^2+y^2-10x+20=0$ වෘත්ත, එකිනෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වා, වෘත්ත දෙකෙහි A ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

P යනු, P හි සිට ප්‍රථම වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග, P හි සිට දෙවැනි වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග මෙන් k (නියතයක්) වාරයක් වන සේ වූ ලක්ෂ්‍යයකි. $k^2 \neq 1$ නම් P හි පථය A හරහා වූ වෘත්තයක් බව සාධනය කර k ඇසුරෙන් එහි සමීකරණය සොයන්න.

9. ABC යනු, $b>c$ පරිදි වූ ත්‍රිකෝණයකි. D සහ E යනු, A හරහා මධ්‍යස්ථය AD වන පරිදි ද, AD, AE මගින් A කෝණය ත්‍රිච්ඡේද කරන පරිදි ද BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ. සුදුසු ලෙස තෝරා ගනු ලැබූ ත්‍රිකෝණ දෙකකට සයින් නියමය යෙදීමෙන්, $\cos\frac{A}{3}=\frac{b}{2c}$ බව සාධනය කරන්න.

$DE : EB = 1 : k$ නම් $\cos\frac{A}{3}$ රාශිය $\frac{(2+k)c}{2kb}$ ට ද සමාන බව පෙන්වන්න.

$k=1$ නම් $A=90°$ බව ද $k=2$ නම් $A=135°$ බව ද අපෝහනය කරන්න.

එක් එක් අවස්ථාවේ දී, a ඇසුරෙන් b සහ c නිර්ණය කරන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 3